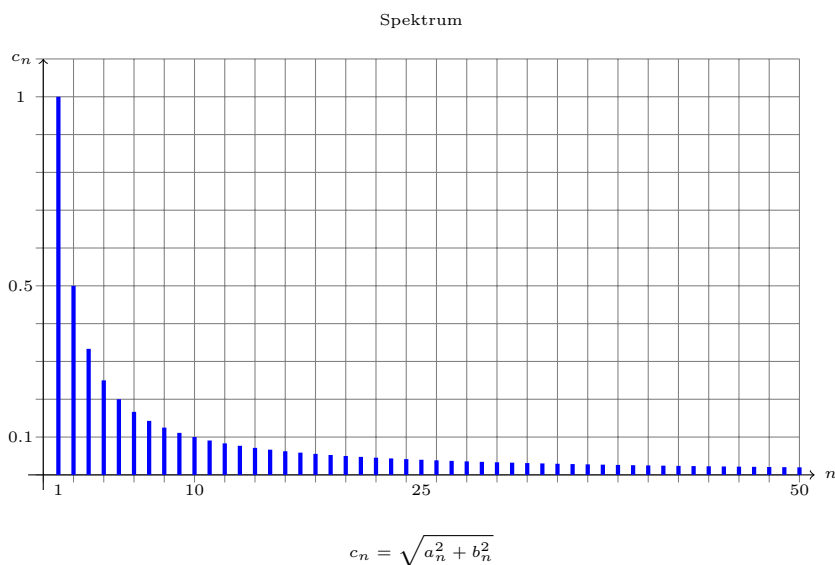


Systemtheorie, 3. HA

Aufgabe a)



Fouriersumme für Sägezahn mit Periodendauer $D = 10\text{s}$:

$$f(t) = 2 \sum_{i=1}^n (-1)^{i+1} \cdot \frac{\sin(i \cdot t \cdot \frac{2\pi}{10\text{s}})}{i}$$

Koeffizient $b_n = (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{n} = \frac{(-1)^{n+1}}{n}$

Aufgabe b)

Gegeben ist der Tiefpass mit der Übertragungsfunktion:

$$F(s) = \frac{1}{(1 + T s)^2}$$

s wird durch $j n \omega$ ersetzt. Die Übertragungsfunktion sieht dann folgendermaßen aus:

$$F(\omega, n, T) = \frac{1}{(1 + j n \omega T)^2}$$

Betrag

Um den Betrag zu ermitteln muss man die Funktion im Nenner und Zähler jeweils mit der konjugiert komplexen Zahl die im Nenner steht erweitern.

Der reale Anteil ist

$$\frac{1 - n^2 \omega^2 T^2}{(n^2 \omega^2 T^2 + 1)^2}$$

Der imaginäre Anteil ist

$$\frac{-2 n \omega T}{(n^2 \omega^2 T^2 + 1)^2}$$

Der Betrag von F ergibt sich aus:

$$|F| = \sqrt{\text{Im}^2 + \text{Re}^2}$$

$$|F| = \frac{1}{1 + n^2 \cdot \omega^2 \cdot T^2}$$

Phase

Die Phase von F ergibt sich aus:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\text{Im}}{\text{Re}}\right)$$

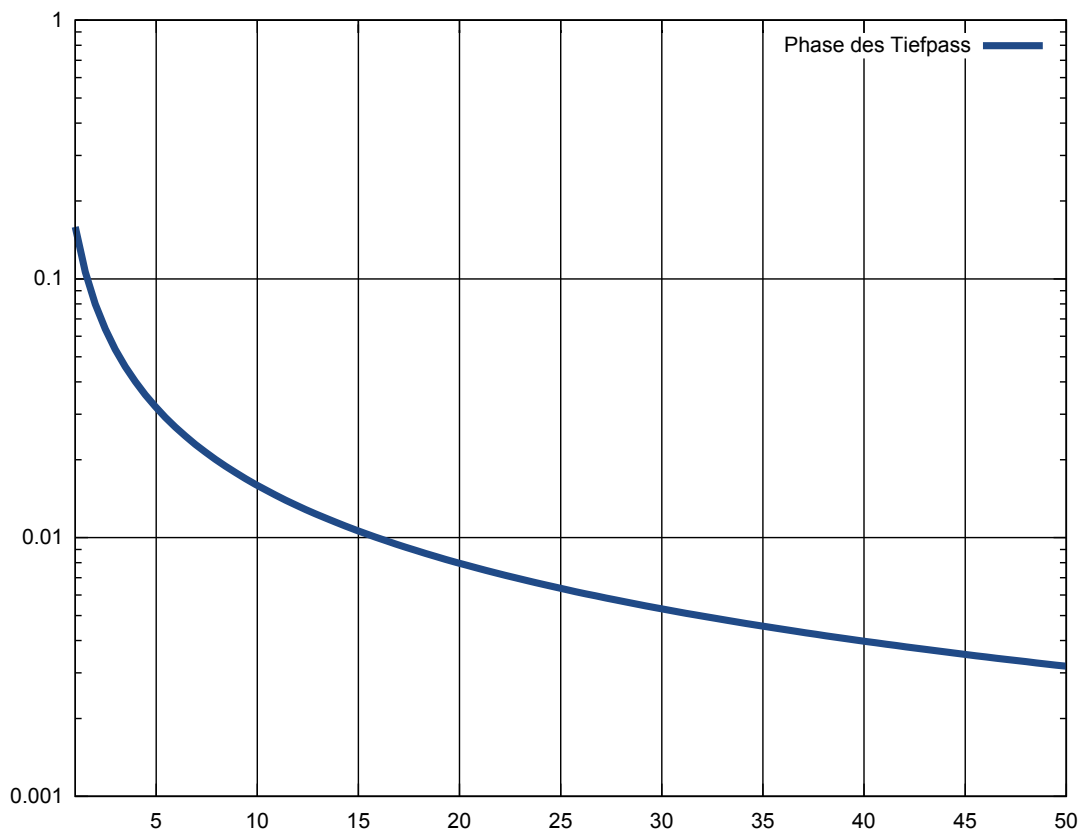
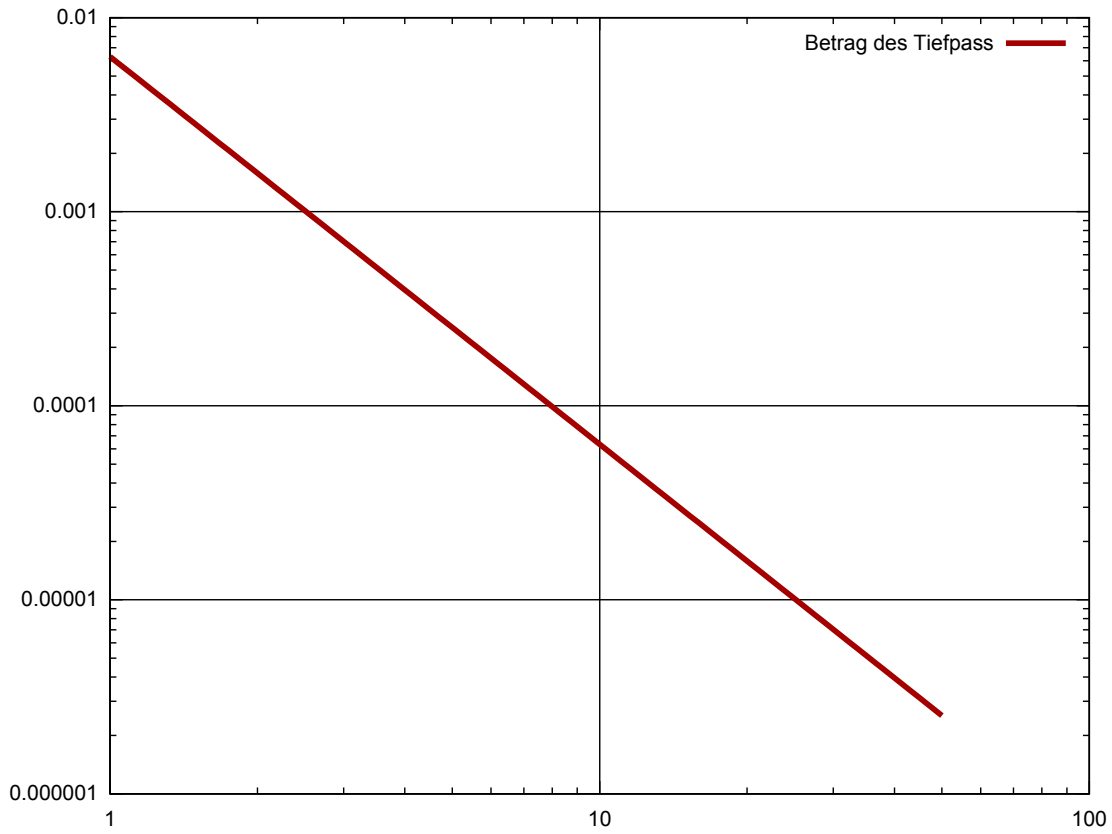
$$\varphi = \arctan\left(\frac{2n\omega T}{1 - n^2 \omega^2 T^2}\right)$$

Aufgabe c)

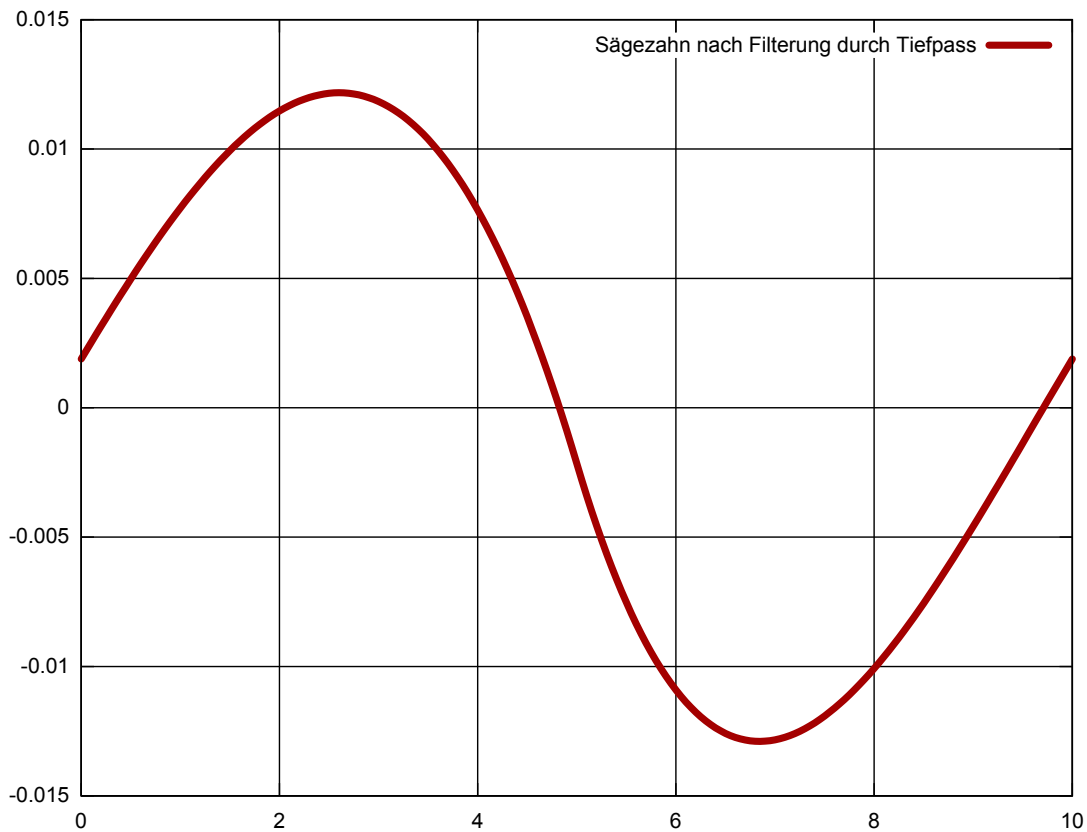
n	Betrag	Phase	Koeffizient b_n
1	0,0062927	0,158820	1
2	0,0015806	0,079536	-0,5
3	0,0007031	0,053039	0,33
4	0,0003956	0,039783	-0,25
5	0,0002532	0,031828	0,2
6	0,0001759	0,026524	-0,17
7	0,0001292	0,022735	0,14
8	0,0000989	0,019894	-0,13
9	0,0000782	0,017683	0,11
10	0,0000633	0,015915	-0,1
11	0,0000523	0,014468	0,09
12	0,0000440	0,013263	-0,08
13	0,0000375	0,012243	0,08
14	0,0000323	0,011368	-0,07
15	0,0000281	0,010610	0,07
16	0,0000247	0,009947	-0,06

17	0,0000219	0,009362	0,06
18	0,0000195	0,008842	-0,06
19	0,0000175	0,008377	0,05
20	0,0000158	0,007958	-0,05
21	0,0000144	0,007579	0,05
22	0,0000131	0,007234	-0,05
23	0,0000120	0,006920	0,04
24	0,0000110	0,006631	-0,04
25	0,0000101	0,006366	0,04
26	0,0000094	0,006121	-0,04
27	0,0000087	0,005895	0,04
28	0,0000081	0,005684	-0,04
29	0,0000075	0,005488	0,03
30	0,0000070	0,005305	-0,03
31	0,0000066	0,005134	0,03
32	0,0000062	0,004974	-0,03
33	0,0000058	0,004823	0,03
34	0,0000055	0,004681	-0,03
35	0,0000052	0,004547	0,03
36	0,0000049	0,004421	-0,03
37	0,0000046	0,004301	0,03
38	0,0000044	0,004188	-0,03
39	0,0000042	0,004081	0,03
40	0,0000040	0,003979	-0,03
41	0,0000038	0,003882	0,02
42	0,0000036	0,003789	-0,02
43	0,0000034	0,003701	0,02
44	0,0000033	0,003617	-0,02
45	0,0000031	0,003537	0,02
46	0,0000030	0,003460	-0,02
47	0,0000029	0,003386	0,02
48	0,0000027	0,003316	-0,02
49	0,0000026	0,003248	0,02
50	0,0000025	0,003183	-0,02

Aufgabe d)



Aufgabe e)



Hinweise zum Dokument

Dokument erstellt mit \LaTeX . Grafik in Aufgabe a. erstellt mit TiKz. Diagramme in Aufgabe d. und e. erstellt mit Gnuplot als SVG Grafik, danach über Inkscape als PDF exportiert und in das Dokument eingebunden. Die Gleichung für den Tiefpass wurde mittels Maxima in Betrag und Phase bzw. imaginären und reellen Anteil zerlegt.